ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับการวัด ความคลาดเคลื่อนและการใช้กราฟ

I การวัด และความคลาดเคลื่อน

การวัด

การวัดเป็นกระบวนการหนึ่งที่เกี่ยวข้องในปฏิบัติการฟิสิกส์ ที่ได้จากการเปรียบเทียบปริมาณที่ต้องการวัดกับปริมาณที่เป็นมาตรฐาน สำหรับการใช้เครื่องมือวัดชนิดหนึ่ง ความเที่ยงตรงของการวัดจะขึ้นกับคุณภาพของเครื่องมือ เช่น ในการวัดด้วยเวอร์เนียร์คาลิปเปอร์ย่อมมีความละเอียดแม่นยำมากกว่าการวัดด้วยไม้บรรทัดธรรมดา เราเรียกค่าที่ละเอียดที่สุดที่สามารถอ่านได้จากเครื่องมือใดๆ โดยไม่ต้องประมาณค่าว่าเป็น *ค่าละเอียดที่สุด(least count)*ของเครื่องมือ เช่น ไม้บรรทัดมีสเกลแบ่ง 10 ช่องใน 1 เซนติเมตร จะมีค่าละเอียดที่สุดเป็น 0.1 เซนติเมตร หรือ 1 มิลลิเมตร

ในทางปฏิบัติเครื่องมือคุณภาพดีที่วัดได้ละเอียดแม่นยำมาก และมีความเที่ยงตรงสูงจะมีราคาแพง อย่างไรก็ตาม การใช้เครื่องมือที่มีราคาแพงไม่ใช่สิ่งจำเป็นเสมอไป เราจำเป็นต้องใช้วิจารณญาณในการเลือกใช้เครื่องมือให้เหมาะสมกับงาน

นอกจากความเที่ยงตรงแม่นยำในการวัดจะขึ้นกับเครื่องมือที่ใช้แล้ว ยังมีแฟกเตอร์อื่นๆ ที่มีผลต่อการวัด เช่น ความสามารถของผู้วัด เทคนิควิธีการที่ใช้ จำนวนครั้งที่วัด ธรรมชาติของสิ่งที่วัด และสภาวะแวดล้อมที่มีผลต่อการวัด

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นการวัดใดๆ ย่อมมีความคลาดเคลื่อนในระดับหนึ่งเสมอ ในการบันทึกหรือรายงานผลการทดลองที่สื่อความหมายเกี่ยวกับความแม่นยำของปริมาณต่างๆ จะต้องแสดงถึงความน่าเชื่อถือของผลที่ได้ และในการบันทึกผลนั้นผู้รายงานจำเป็นต้องมีหลักการในการประมาณความคลาดเคลื่อนได้อย่างสมเหตุสมผล

ความคลาดเคลื่อนในการทดลอง

เราอาจแบ่งความคลาดเคลื่อนในการวัดได้ 2 ประเภท

(ก) ความคลาดเคลื่อนที่เกิดอย่างมีระบบ ความคลาดเคลื่อนประเภทนี้อาจสูงกว่าหรือต่ำกว่าค่าที่ควรจะเป็นเสมอตลอดการวัด และไม่สามารถกำจัดหรือลดความคลาดเคลื่อนได้โดยการวัดหลายๆ ครั้ง ผู้ทดลองจะต้องสังเกตหาสาเหตุและแก้ไขเป็นแต่ละกรณี อาจสรุปสาเหตุของความคลาดเคลื่อนประเภทนี้ได้จาก 3 แหล่ง

ผู้วัด ผู้วัดอาจมีอคติ หรือมีความผิดปรกติในการอ่าน เช่น ตาเอียง หรืออ่านได้มากเกินไปเสมอ หรือน้อยเกินไปเสมอ อาจแก้ไขได้โดยการใช้ผู้ทดลองหลายๆ คน

เครื่องมือ ยกตัวอย่างการวัดด้วยไม้เมตรที่มีขีดศูนย์คลาดเคลื่อน อาจแก้ไขโดยไม่ใช้ปลายไม้ในการวัด แต่จะให้สเกลคร่อมความยาวของวัตถุที่ต้องการวัดทั้งสองข้าง แล้วอ่านค่าความยาวจากผลต่างของสเกลที่ได้ที่ปลายทั้งสองข้าง

ในการใช้เครื่องชั่งหรือเครื่องมือวัดละเอียด ขีดศูนย์ของเข็มชี้หรือเครื่องวัดอาจอยู่สูงกว่าหรือต่ำกว่าตำแหน่งศูนย์ จะต้องแก้ไขค่าที่อ่านได้ทุกครั้ง

สภาวะแวดล้อม ในที่หนาวจัด หรือร้อนจัด ไม้วัดที่ทำด้วยโลหะอาจมีการหดตัวหรือขยายตัว ทำให้วัดคลาดเคลื่อนได้ จะต้องแก้ไขค่าที่อ่านได้ด้วยผลของอุณหภูมิดังกล่าวด้วย

(ข)ความคลาดเคลื่อนที่เกิดอย่างไม่มีระบบ เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นทุกครั้งในการทดลองอาจมีสาเหตุจากผู้ทำการทดลอง หรือเงื่อนไขการทดลองที่ควบคุมไม่ได้ เช่น ในการอ่านสเกลจากมิเตอร์อาจมีความคลาดเคลื่อนเนื่องจากพารัลแลกซ์ ในการจับเวลาการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาจะมีความคลาดเคลื่อนของผู้ทดลองในการเริ่มต้นและหยุดนาฬิกา ความคลาดเคลื่อนประเภทนี้อาจทำให้ค่าที่วัดได้มากกว่าหรือน้อยกว่าที่ควรเป็น การแก้ไขอาจทำได้โดยการวัดหลายๆ ครั้ง แล้วหาค่าเฉลี่ยทางสถิติ

การระบุค่าความคลาดเคลื่อน

เราอาจระบุช่วงความคลาดเคลื่อนของปริมาณ x ที่วัดได้ในรูป $x \pm \Delta x$ ซึ่งจะให้ความหมายว่าค่า x ที่วัดได้มีความคลาดเคลื่อนโดยที่มีพิสัย(range) ของค่าอยู่ระหว่าง $x-\Delta x$ และ $x+\Delta x$ ค่า Δx คือขนาดความคลาดเคลื่อนของ x

ในการอ่านสเกล หากเราไม่ทราบความคลาดเคลื่อนในการสอบเทียบมาตรฐานของเครื่องมือ (calibration) อาจประมาณความคลาดเคลื่อนของการอ่านค่าเป็น $\frac{1}{2}$ เท่าของค่าละเอียดที่สุดของเครื่องมือนั้น แต่ถ้าทราบให้ระบุความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าที่มากที่สุดของค่าทั้งสองนั้น

การระบุความคลาดเคลื่อนอาจบอกเป็นค่าสัมพัทธ์ $\frac{\Delta x}{x}$ หรือ เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน “ $\frac{\Delta x}{x} \times 100$” ค่า Δx เป็นค่าความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (absolute error)

การประเมินค่าความคลาดเคลื่อนแบบไม่มีระบบโดยวิธีสถิติ

เพื่อลดความคลาดเคลื่อนแบบไม่มีระบบอันเกิดจากการแปรเปลี่ยนแฟกเตอร์ต่างๆ ที่มีผลต่อการวัด เราอาศัยหลักการทางสถิติในการประเมินความคลาดเคลื่อนโดยการวัดหลายๆ ครั้งแล้วนำมาหาค่าเฉลี่ย สมมติทำการวัดปริมาณ x ทั้งหมด n ครั้ง เมื่อหาค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ จะได้

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

เมื่อ x เป็นค่าของ x ที่วัดได้แต่ละครั้ง

โดยทฤษฎีทางสถิติ ความคลาดเคลื่อนของการวัดจะน้อยลงจากการสังเกตครั้งหนึ่งๆ ด้วยแฟกเตอร์ $\frac{1}{\sqrt{n}}$ และโดยที่เราถือว่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ คือ ความแม่นยำของการวัดเป็น

ปริมาณที่บอกว่าในการวัดแต่ละครั้งค่าที่ได้จะมีโอกาสต่างจากค่าเฉลี่ยเท่าไร เราสามารถบอกค่าเฉลี่ยของปริมาณ x และความคลาดเคลื่อนได้เป็น $\bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ในกรณีนี้เพื่อความสะดวกจะถือปฏิบัติดังนี้คือ ในการวัดหลายๆ ครั้ง ให้ประเมินความคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ยจากค่ามากที่สุดระหว่างค่าเบี่ยงเบนของข้อมูล x_iจากค่าเฉลี่ย $\bar{x}$และค่า $\frac{1}{2}$ เท่าของค่าละเอียดที่สุดของเครื่องมือวัด

ดูตัวอย่างต่อไปนี้ประกอบ

ตัวอย่าง 1 ในการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นลวดโดยใช้ไมโครมิเตอร์ที่มีค่าละเอียดที่สุด 0.001 เซนติเมตร โดยไม่คิดความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการสอบเทียบเครื่องมือและอื่นๆความคลาดเคลื่อนของการวัด = $\frac{1}{2}\times 0.001$ หรือ 0.0005 เซนติเมตร ดังนั้นถ้าอ่านค่าเส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นลวดจากไมโครมิเตอร์ได้ 0.036 เซนติเมตร จะบันทึกผลการทดลองเป็น 0.0360 ± 0.0005 เซนติเมตร สมมติทำการวัด 6 ครั้ง ได้ค่าเฉลี่ย $\bar{x}$ เซนติเมตร หาค่า $x-\bar{x}$ แล้วบันทึกค่าดังตาราง

ครั้งที่	ค่าที่อ่านได้ ซม. $(x+\Delta x)$ ซม.	|ค่าเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ย| $\|(x-\bar{x})\|$ ซม.
1	0.0360 ± 0.0005	0.0003
2	0.0365 ± 0.0005	0.0002
3	0.0370 ± 0.0005	0.0007
4	0.0357 ± 0.0005	0.0006
5	0.0355 ± 0.0005	0.0008
6	0.0372 ± 0.0005	0.0009

$$\bar{x} = 0.0363 \text{ ซม.}$$

จะเห็นว่า $x-\bar{x}$ มีค่าขนาดสูงสุด 0.0009 ซม. ซึ่งมากกว่า Δx (คือ 0.0005 ซม.) จึงเลือกบันทึกค่า $\Delta\bar{x}$ = 0.0009 ซม.

$$\bar{x} \pm \Delta\bar{x} = 0.0363 \pm 0.0009 \text{ ซม.}$$

การประเมินค่าความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณ

ปริมาณบางอย่างเราไม่อาจวัดได้โดยตรงแต่อาจคำนวณได้จากปริมาณอย่างอื่นที่ได้จากการวัด เช่นเราคำนวณปริมาตรของวัตถุทรงกลมได้จากเส้นผ่านศูนย์กลางที่วัดได้ ในการหาความคลาดเคลื่อนจากปริมาณอื่นที่ได้จากการวัด อาจสรุปหลักเกณฑ์การหาได้ดังนี้

(ก) ถ้า R เป็นผลบวกหรือผลต่างของปริมาณต่างๆ เช่น x, y, z, ซึ่งได้จากการวัดนั่นคือ

$$R = x + y + z$$

หรือ $$R = x - y - z$$

จะเขียนความสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์ (ΔR) ในเทอมของ $\Delta x, \Delta y$ และ Δz ได้

$$\Delta R = \Delta x + \Delta y + \Delta z$$

และถ้า $$R = ax \pm by \pm cz$$

เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงที่ จะได้

$$\Delta R = a\,\Delta x + b\,\Delta y + c\,\Delta z \qquad (1)$$

ความคลาดเคลื่อนของ R เท่ากับผลบวกของความคลาดเคลื่อนของแต่ละปริมาณคูณด้วยค่าคงที่คูณกับปริมาณที่วัดนั้น

(ข) ถ้า R เป็นผลคูณหรือผลหารของ x, y, z, ที่ได้จากการวัด เช่น

$$R = \frac{xy}{z}$$

จะได้ความคลาดเคลื่อนของ R ตามความสัมพันธ์

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$$

ถ้า $$R = \frac{axy}{bz}$$

เมื่อ a, b เป็นค่าคงที่ จะได้

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z} \qquad (2)$$

(ค) ถ้า R เป็นผลของการยกกำลัง n ของปริมาณ x ที่ได้จากการวัด เช่น

$$R = x^n$$

จะได้ $$\frac{\Delta R}{R} = \frac{n\Delta x}{x}$$

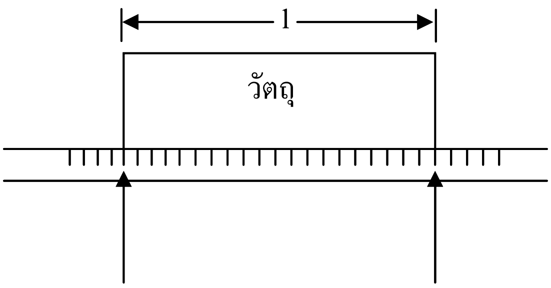
ถ้า $R = ax^n$

เมื่อ a เป็นค่าคงที่

จะได้ $$\frac{\Delta R}{R} = \frac{n\Delta x}{x} \qquad (3)$$

R	=	ax + by + cz	ΔR	=	$a\,\Delta x + b\,\Delta y + c\,\Delta z$
R	=	$\frac{axy}{bz}$	$\frac{\Delta R}{R}$	=	$\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$
R	=	ax^n	$\frac{\Delta R}{R}$	=	$\frac{n\Delta x}{x}$

ตัวอย่าง 2 วางวัตถุบนไม้บรรทัดโดยให้สเกลคร่อมปลายวัตถุ อ่านค่า l_1 และ l_2 ดังรูปแล้วหา $l_2 - l_1$ เป็นความยาวของวัตถุที่วัด l



$l_2 = 11.42 \pm 0.02$ ซม.

$l_1 = 1.25 \pm 0.02$ ซม.

$l = l_2 - l_1 = 10.17 \pm 0.04$ ซม.

$l_1 = 1.25$ ซม. $l_2 = 11.42$ ซม.

หมายเหตุ $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$

ตัวอย่าง 3 วัตถุ 3 ชิ้น มวล m_1 , m_2 และ m_3 ต้องการหามวลรวม m

มวลของชิ้นแรก $m_1 = 10.36 \pm 0.05$ กรัม

มวลของชิ้นสอง $m_2 = 9.42 \pm 0.01$ กรัม

มวลของชิ้นสาม $m_3 = 0.05 \pm 0.01$ กรัม

$m = m_1 + m_2 + m_3 = 19.83 \pm 0.07$ กรัม

หมายเหตุ $\Delta m = \Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3$

ตัวอย่าง 4 หามวลที่เพิ่มขึ้นของแผ่นโลหะ เนื่องจากการอิเล็กโทรไลต์ ซึ่งหาได้จากการชั่งหามวลก่อนและหลังทำการอิเล็กโทรไลต์

มวลหลังการอิเล็กโทรไลต์ $m_2 = 25.37 \pm 0.01$ กรัม

มวลก่อนการอิเล็กโทรไลต์ m_1 = 25.22 ± 0.01 กรัม

มวลที่เพิ่ม m = 0.15 ± 0.02 กรัม

หมายเหตุ $m = m_2 - m_1$, $\Delta m = \Delta m_1 + \Delta m_2$

ข้อสังเกต ในการชั่ง m_1และ m_2 มีความคลาดเคลื่อนประมาณ $\frac{0.01}{25}\times 100\% = 0.04\%$

แต่ m มีความคลาดเคลื่อน $\frac{0.02}{0.15}\times 100\% = 14\%$

ค่าความคลาดเคลื่อนที่บันทึกจะแสดงถึงความน่าเชื่อถือของข้อมูล จะเห็นว่าในการหา m_1 - m_2 ที่ได้จาก m_2, m_1ที่ต่างกันเล็กน้อย ต้องการเครื่องชั่งที่ละเอียดมาก

ตัวอย่าง 5 ต้องการหาค่ารัศมี r ของวงกลม โดยการวัดเส้นผ่านศูนย์กลาง d ได้

$$d \pm \Delta d = 20.00 \pm 0.02 \text{ ซม.}$$

โดยใช้สมการ (1) $r = ad = \frac{1}{2}\times 20.00 = 10.00$ ซม.

$\Delta r = a\,\Delta d = \frac{1}{2}\times 0.02 = 0.01$ ซม.

$r \pm \Delta r = 10.00 \pm 0.01$ ซม.

ตัวอย่าง 6 วัดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม(d) ได้ = 7.65 ± 0.03 ซม.

คำนวณปริมาตรของทรงกลม $V = \frac{1}{6}\pi d^3 = 234.5$ ซม^3

ความคลาดเคลื่อน $\Delta V = 3[\frac{\Delta d}{d}]V = 2.8$ ซม^3

$V \pm \Delta V = 234 \pm 3$ ซม^3

ประโยชน์ของการระบุความคลาดเคลื่อนของผลการทดลอง

การระบุความคลาดเคลื่อนของผลการทดลอง นอกจากจะทำให้ทราบถึงความน่าเชื่อถือของผล การทดลองแล้ว เรายังสามารถตัดสินได้ว่า ผลการทดลองที่ได้จากการวัดด้วยวิธีที่ต่างกันมีค่าสอดคล้องกันหรือไม่ โดยการเปรียบเทียบความเหลื่อมซ้อนกันของค่าที่ได้ในขอบเขตของความคลาดเคลื่อน เช่น ในการทดลองวัดปริมาณหนึ่งโดยใช้เทคนิควิธีต่างกันได้ค่า 19.9 ± 0.3 เมตร และ 20.5 ± 0.4 เมตร ค่าแรกอยู่ในช่วง 19.6 ถึง 20.2 เมตร ค่าหลังมีค่าอยู่ระหว่าง 20.1 ถึง 20.9 เมตร จะเห็นว่ามีความเหลื่อมซ้อนกัน ทำให้สรุปได้ว่า ค่าที่ได้จากการทดลองทั้งสองนั้น สอดคล้องกัน

เลขนัยสำคัญ

ในการบันทึกข้อมูลหรือผลจากการคำนวณ เราบันทึกเฉพาะตัวเลขที่น่าเชื่อถือได้เท่านั้น เรียกตัวเลขนี้ว่า **เลขนัยสำคัญ** ซึ่งจะพิจารณาได้จากค่าความคลาดเคลื่อนของค่าที่บันทึกนั้น ในการบันทึกเราจะให้เลขหลักสุดท้ายเป็นตัวเลขที่ได้จากการประมาณในการวัด หรือเป็นตัวเลขที่แสดงความคลาดเคลื่อน เช่น ในตัวอย่าง 3 มวล m = 19.83 ± 0.07 กรัม มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว เลข 3 ตัวสุดท้ายมีความคลาดเคลื่อน 7 หน่วย มวล m_3 = 0.05 ± 0.01 กรัม มีเลขนัยสำคัญ 1 ตัว เลขศูนย์ไม่มีนัยสำคัญ กรณีนี้บอกหลักเลขฐานสิบเท่านั้น ความคลาดเคลื่อนของเลขตัวสุดท้ายที่บันทึกคือ 5 มีความคลาดเคลื่อน 1 หน่วย

ในการคำนวณค่าที่จะบันทึก หากตัวเลขที่ได้จากการคูณหรือหารมีเศษ มีหลักในการปัดเศษดังนี้ คือ ถ้าตัวเลขเศษมีค่ามากกว่า 5 ให้ปัดขึ้นทบกับหลักข้างหน้า 1 หน่วย ถ้าน้อยกว่า 5 จะปัดทิ้ง หากเท่ากับ 5 พอดี จะปัดขึ้นหรือปัดทิ้งเพื่อให้ตัวเลขหลักที่อยู่ข้างหน้าเป็นเลขคู่ดังตัวอย่าง 6 คำนวณค่า V ได้ 234.5 ซม^3 และ ΔV = 2.8ซม^3 บันทึกค่าที่คำนวณได้เป็น 234 ± 3 ซม^3

ในการบันทึกค่าที่ใหญ่มากหรือเล็กมาก นิยมเขียนเป็นเลข 10 ยกกำลังในการระบุหลักของเลขฐานสิบ เช่น ค่าความเร็วแสง 2.99776×10^8 เมตร/วินาที มีเลขนัยสำคัญ 6 ตัว

หมายเหตุ : ให้สังเกตว่า จำนวนหลักทศนิยมของค่าปริมาณและค่าความคลาดเคลื่อนจะมีจำนวนเท่ากัน

การบันทึกผลการทดลองแบบไม่ระบุความคลาดเคลื่อนในรูปของ ± Δx

ในการบันทึกค่าที่ได้จากการวัดปริมาณต่างๆ ทางฟิสิกส์ สามารถบันทึกได้โดยไม่ระบุความคลาดเคลื่อนในรูปของ ± Δx โดยที่ยังให้ความหมายของความคลาดเคลื่อนอยู่ ทั้งนี้ทำได้โดยการบันทึกค่าที่วัดได้โดยให้ตำแหน่งสุดท้ายเป็นตัวบอกความไม่แน่นอน เช่น ถ้าเขียนค่าที่วัดได้เป็น 0.074 จะหมายถึง 0.074 ± 0.001 ค่าที่วัดได้แน่นอนคือ .07 ตำแหน่งสุดท้ายคือ 4 จะเป็นค่าที่ไม่แน่นอนอาจเกิดจากการเดาเพราะไม่มีสเกลละเอียด นั่นคือให้ตำแหน่งสุดท้ายมีความไม่แน่นอน 1 หน่วย วิธีการนี้เป็นการบอกความคลาดเคลื่อนโดยใช้ตัวเลขนัยสำคัญ ซึ่งจะนำไปใช้ในการทดลองที่ 2 เป็นต้นไป

ในการนำผลการวัดที่บอกความคลาดเคลื่อนในรูปของตัวเลขนัยสำคัญมาคำนวณผลการคำนวณที่ได้ ถ้าเป็นการบวกหรือลบจะคงตำแหน่งทศนิยมเท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมของค่าที่หยาบที่สุดที่นำมาคำนวณ แต่ถ้าเป็นการคูณหรือหารจะใช้การพิจารณาตัวเลขนัยสำคัญที่น้อยที่สุดเป็นหลัก เช่น

$$I = \frac{V}{R}$$

จากการวัดได้ V = 5.132 โวลต์ และ R = 2.3 โอห์ม

$$I = \frac{5.132}{2.3} \text{ แอมแปร์}$$

อาศัยเครื่องคำนวณจะได้เลขผลลัพธ์ปรากฏเป็น 2.231304349 หรือมีตำแหน่งทศนิยมมากกว่านี้ขึ้นกับเครื่องคำนวณที่ใช้ ในการบันทึกค่าของ I ที่คำนวณได้จะต้องเขียนเป็นI = 2.2 แอมแปร์ ทั้งนี้เพราะ R มีเลขนัยสำคัญน้อยที่สุดคือ 2 ตัว

II การใช้กราฟ

ในการทดลองส่วนใหญ่ทางฟิสิกส์ เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองปริมาณ การใช้กราฟในการแสดงผลการทดลองทำให้สามารถอ่านความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทั้งสองนั้นได้ง่ายรวดเร็ว และสามารถที่จะทำนายผลการทดลองในตำแหน่งอื่นที่ยังไม่ได้ทำการทดลองได้อีกด้วย นอกจากนี้การกระจายของจุดที่พล็อตได้จะแสดงถึงความน่าเชื่อถือของค่าต่างๆ และความสอดคล้องกับทฤษฎีและอาจเผยให้เห็นถึงความความคลาดเคลื่อนในการทดลองด้วยและกราฟยังเป็นประโยชน์ในการคำนวณหาปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการทดลอง

ประโยชน์ของกราฟ

กราฟสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ 2 ทาง คือ

1. บางครั้งความสัมพันธ์ระหว่างสองปริมาณอาจทราบได้จากทฤษฎี เราจึงสามารถใช้กราฟในการตรวจสอบความสัมพันธ์นั้นได้ ซึ่งในวิชาฟิสิกส์ขั้นพื้นฐานมักใช้กราฟในการนี้
2. บางครั้งเราอาจไม่ทราบความสัมพันธ์นั้นมาก่อน ก็สามารถใช้กราฟในการพิจารณาหาความสัมพันธ์ (เชิงการทดลอง) ได้ โดยสมการที่ได้มาโดยวิธีนี้เรียกว่า empirical equation ซึ่งมักใช้ในฟิสิกส์ขั้นสูง

หลักทั่วไปในการเขียนกราฟ

ในการเขียนกราฟควรให้ความสำคัญกับสิ่งต่างๆ ดังนี้

1. ใช้สเกลใหญ่ๆ <u>เพื่อให้กราฟครอบคลุมพื้นที่กระดาษกราฟได้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้</u>
2. โดยทั่วไป ปริมาณที่เป็น**ตัวแปรอิสระ** ควรให้อยู่บนแกนนอน (แกน x) ส่วนแกนตั้งมักใช้แทนปริมาณที่แปรตามตัวแปรอิสระ เรียกว่า **ตัวแปรตาม**
3. เขียนหัวข้อที่หัวกระดาษกราฟเพื่อให้ทราบว่ากราฟแสดงความสัมพันธ์อะไร
4. ใช้สเกลที่อ่านง่าย นั่นคือ ในแต่ละช่วงอาจแทนด้วยหนึ่ง สอง ห้า หรือสิบ โดย<u>ไม่จำเป็นต้องใช้สเกลเดียวกันบนทั้งสองแกนของกราฟ</u> แต่<u>สเกลในแต่ละแกนต้องมีช่วงห่างเท่ากัน</u>
5. แสดงสเกลบนแต่ละแกนโดยเขียนตัวเลขระบุช่วง
6. เขียนชื่อของแต่ละปริมาณพร้อมหน่วยไว้ตรงขอบของแต่ละแกน เช่น “มวล (kg)”
7. บันทึกข้อมูลลงบนกราฟ<u>โดยการใช้กากบาท (x) เพื่อให้เห็นได้ชัดเจน</u>
8. ในการลากเส้นกราฟ<u>อย่าลากเส้นต่อจุด</u> โดยสิ่งที่ควรทำคือให้ลากเส้นตามแนวทางหรือแนวโน้มของจุดข้อมูล ซึ่งไม่จำเป็นต้องเป็นเส้นที่ผ่านจุด (อาจไม่ผ่านจุดใดเลยก็ได้) ดังรูป

ตัวอย่างกราฟเส้นตรงในหน้าที่ 14และความเบี่ยงเบนระหว่างจุดข้อมูลกับเส้นมักเป็นตัวบอกความคลาดเคลื่อนของการทดลอง

9. ในการเขียนกราฟเบื้องต้นไม่ควรย่นแกน เนื่องจากไม่สามารถตรวจสอบความสอดคล้องกับทฤษฎีหรือความความคลาดเคลื่อนในการทดลอง

<u>กราฟเส้นตรง</u>

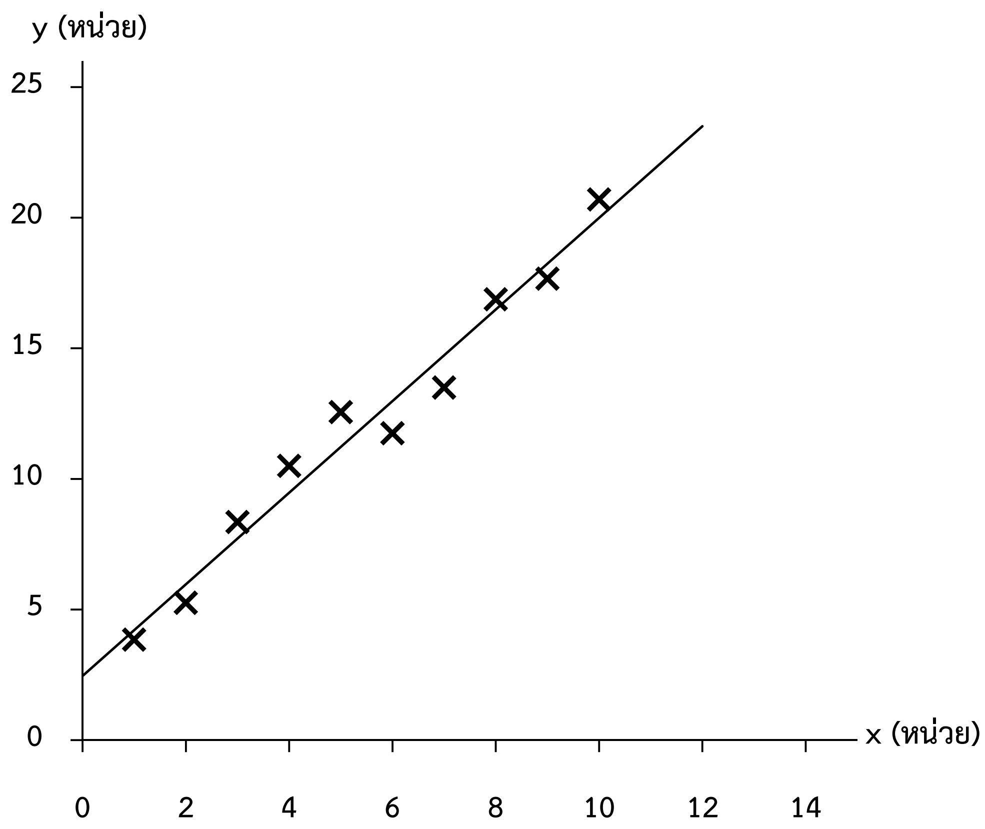
ความสัมพันธ์ทางฟิสิกส์มีหลากหลายรูปแบบ โดย ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นเป็นความสัมพันธ์พื้นฐานที่ใช้ในฟิสิกส์เบื้องต้น โดยความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นนี้เขียนเป็นสมการเส้นตรงได้ดังนี้

$$y = mx + c$$

โดย m เรียกว่า ความชันของกราฟ

C เป็นค่าระยะตัดแกน y เมื่อ x = 0

กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง y และ x



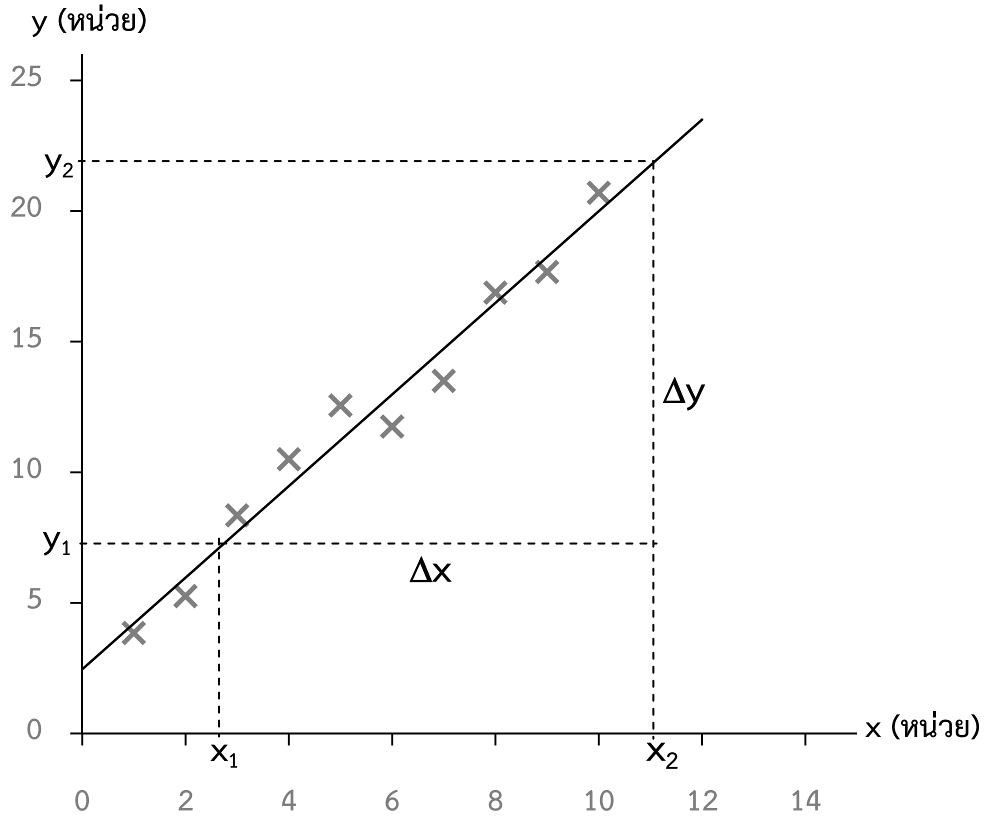
ตัวอย่างกราฟเส้นตรง

การหาความชันของกราฟเส้นตรง

ความชันของกราฟ คือ $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ จากรูปด้านล่าง

หน่วยความชัน $= \dfrac{\text{หน่วยแกน y}}{\text{หน่วยแกน x}}$

กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง y และ x



ตัวอย่างการหาความชันบนกราฟเส้นตรง

<u>**ข้อสังเกต**</u>

1. ในการเขียนรูปสามเหลี่ยมเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าความชันของเส้นตรง ควรเขียนรูปให้ใหญ่เพื่อลดความคลาดเคลื่อน
2. การหาค่า x_1, x_2, y_1, และ y_2ดังรูป ต้องได้จากการลากเส้นจากกราฟไปยังแกนของกราฟเท่านั้น <u>ไม่ควรใช้ข้อมูลในตารางที่บันทึกได้เป็นอันขาด</u>

นอกจากกราฟเส้นตรงแล้ว ยังมีกราฟที่ใช้วิเคราะห์ทางฟิสิกส์อีกเช่น กราฟเซมิลอการิทึม และกราฟลอการิทึม

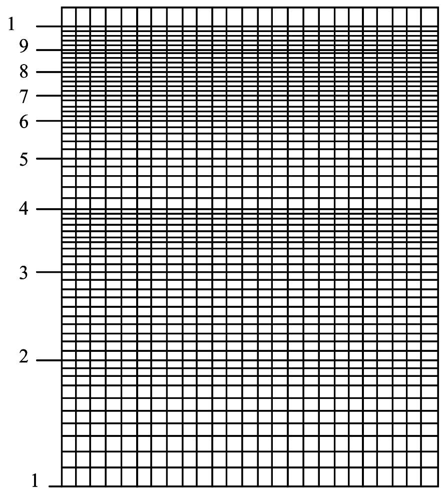
ตัวอย่างเช่น

ความสัมพันธ์ในรูปแบบ $y = y_0 e^{-ax}$ เมื่อเขียนกราฟจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งที่ปริมาณ y ลดลงเมื่อ x เพิ่มขึ้น

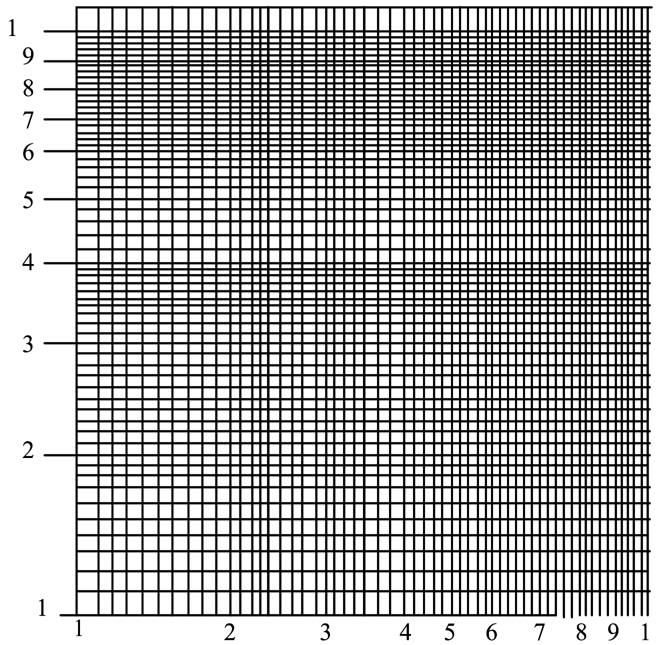
ถ้านำสมการ $y = y_0 e^{-ax}$ เขียนกราฟแบบเซมิลอการิทึม โดยใช้กระดาษกราฟที่มีสเกลแนวตั้งเป็นสเกลลอการิทึม ส่วนสเกลแนวนอนเป็นสเกลเชิงเส้น ดังรูปด้านล่าง จะได้กราฟที่เป็นเส้นตรง โดยสามารถหาความสัมพันธ์ของปริมาณหรือตัวแปร x และ y ได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
y &= y_0 e^{-ax} \\
\log y &= \log\left(y_0 e^{-ax}\right) \\
&= \log\left(e^{-ax}\right) + \log y_0 \\
&= (-ax)\log e + \log y_0 \\
\log y &= (-ax) + \log y_0
\end{aligned}
$$

ซึ่งสมการที่ได้นี้ เทียบได้เป็นสมการเส้นตรงเมื่อให้ แกนตั้งเป็นลอการิทึม ส่วนแกนนอนเป็นสเกลเชิงเส้น



กราฟเซมิลอการิทึม



กราฟลอการิทึม