การทดลอง
โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

วัตถุประสงค์

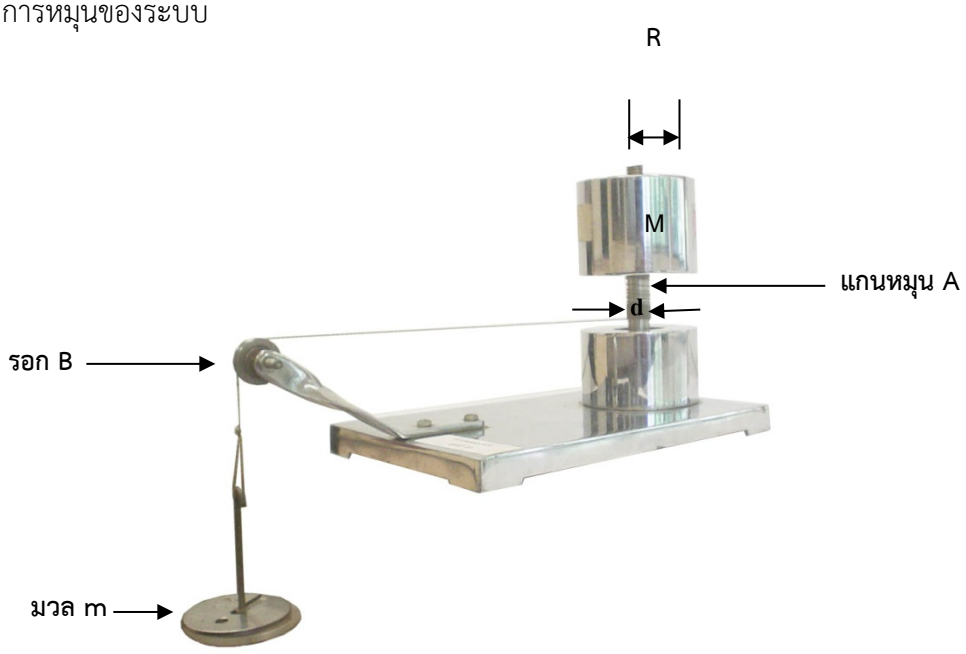
เพื่อหาโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

อุปกรณ์

1. ชุดการทดลองสำหรับหาโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ
2. เวอร์เนียร์คาลิปเปอร์
3. นาฬิกาจับเวลา
4. ตุ้มน้ำหนัก
5. จานรองมวล

ทฤษฎี

ทรงกระบอกมวล M ติดอยู่กับแกนหมุน A มีเชือกพันรอบแกนหมุน A คล้องผ่านรอก B อีกปลายหนึ่งผูกติดกับมวล m ดังรูปที่ 1 ความตึงในเส้นเชือกทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงรอบแกนหมุน A และเกิดการหมุนของระบบ



รูปที่ 1

ถ้ามวล m เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งลงในแนวดิ่งได้ระยะทาง h ในเวลา t โดยไม่คิดความฝืดในการหมุน พลังงานศักย์ที่ลดลงของมวล m ซึ่งมีค่า mgh จะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ในการเคลื่อนที่ลงของมวล m มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}mv^2$ เมื่อ v เป็นความเร็วของมวล m ที่เคลื่อนที่ได้ระยะทาง h และ

พลังงานจลน์เนื่องจากการหมุนมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}I\omega^2$ เมื่อ ω เป็นอัตราเร็วเชิงมุมของการหมุนรอบแกน A และ I เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบหมุนทั้งหมด

จากหลักการอนุรักษ์ของพลังงาน

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \text{.....(1)}$$

โดย g เป็นความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

มวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร่งสม่ำเสมอจากความเร็วต้นเป็น 0 จนกระทั่งมีความเร็วเป็น v ดังนั้นมวล m มีความเร็วเฉลี่ย

$$v_{av} = \frac{v+0}{2} = \frac{v}{2}$$

$$h = v_{av}\,t = \frac{vt}{2}$$

$$v = \frac{2h}{t} \qquad \text{.....(2)}$$

ถ้า r เป็นรัศมีของแกนหมุน A

$$v = \omega r$$

$$\omega = \frac{2h}{tr} \qquad \text{.....(3)}$$

แทนค่าสมการ (2) และ (3) ในสมการ (1) จะได้

$$mgh = \frac{1}{2}m\left(\frac{2h}{t}\right)^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{2h}{tr}\right)^2$$

$$I = 2\left(\frac{tr}{2h}\right)^2\left[\, mgh - \frac{1}{2}m\left(\frac{2h}{t}\right)^2\right]$$

$$= \frac{t^2r^2}{2h^2}\left[\, mgh - \frac{2mh^2}{t^2}\right]$$

ดังนั้นโดยการทดลองจะได้

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) \qquad \text{.....(4)}$$

พิจารณาเครื่องมือทดลอง ระบบที่หมุนประกอบด้วยแกนหมุน A และทรงกระบอกมวล M ดังนั้น เราอาจคิดว่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทั้งระบบ $I_{ระบบ}$ ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

$$I_{ระบบ} = I_0 + I_1 \qquad \text{.....(5)}$$

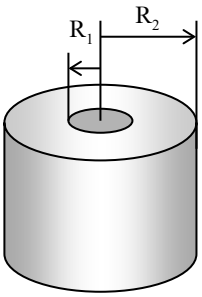
โดยที่ I_0 เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของแกนหมุน A

และ I_1 เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล M

พิจารณาโมเมนต์ของความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล M ซึ่งเป็นทรงกระบอกกลวงดังรูปที่ 2 ซึ่งมีรัศมีภายนอก R_2 และรัศมีภายในเป็น R_1 ตามทฤษฎีเราสามารถหาโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกกลวงได้จาก

$$I_1' = \frac{M}{2}(R_1^2 + R_2^2) \qquad \text{.....(6)}$$

เมื่อ I_1' เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกกลวงมวล M ตามทฤษฎี



รูปที่ 2

วิธีการทดลอง

1. ใช้เวอร์เนียร์คาลิปเปอร์วัดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอก M ด้านนอก D_2 และด้านใน D_1 แล้วหารัศมีของทรงกระบอกด้านนอกและด้านใน ได้โดย $R_2 = D_2/2$ และ $R_1 = D_1/2$ ตามลำดับ
2. นำทรงกระบอกมวล M ไปชั่งหามวล
3. นำจานรองมวลไปชั่งหามวล
4. วัดเส้นผ่านศูนย์กลาง d ของแกนหมุน A โดยใช้เวอร์เนียร์คาลิปเปอร์ แล้วหารด้วย 2 เป็นค่ารัศมี r ของแกนหมุน A
5. จัดเครื่องมือทดลอง ดังรูปที่ 1 โดยให้ปลายเชือกผูกติดกับแกนหมุน A คล้องผ่านรอก B อีกปลายหนึ่ง ผูกติดกับจานใส่ตุ้มน้ำหนัก ในการทดลองนี้ใช้ตุ้มน้ำหนักมวล 40 กรัม
6. ใช้มือหมุนแกน A ให้เชือกพันรอบแกนอย่างสม่ำเสมอ จนกระทั่งตำแหน่งของจานแขวนอยู่สูงจากพื้นห้องเป็นระยะ h = 75 เซนติเมตร
7. ปล่อยให้มวล m เคลื่อนที่ลง พร้อมกับบันทึกเวลาในการเคลื่อนที่ของมวล m จากตำแหน่งที่ปล่อยถึงพื้น ทำการทดลอง 3 ครั้ง หาค่าเวลาเฉลี่ย t
8. เพิ่มมวลตุ้มน้ำหนักในจานเป็น 50 และ 60 กรัม ตามลำดับ ทำการทดลองเช่นเดียวกับข้อ 5.-7.
9. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของทั้งระบบ ($I_{ระบบ}$) โดยใช้สมการ (4)
   โดยที่ มวล m = มวลจานรอง + มวลตุ้มน้ำหนัก
10. นำมวล M ออกจากแกนหมุน A แล้วทำการทดลองเช่นเดียวกับข้อ 5. - 8. แต่เปลี่ยนมวลตุ้มน้ำหนักเป็น 5, 10 และ 15 กรัม ตามลำดับ แล้วบันทึกค่าเวลาที่ใช้เป็น t_0
11. ใช้สมการ (4) คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของทั้งระบบ เมื่อไม่มีทรงกระบอก M คือ I_0
12. ใช้ความสัมพันธ์ตามสมการ (5) $I_1 = I_{ระบบ} - I_0$ เป็นค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล M
13. คำนวณหาโมเมนต์ของความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล M ตามทฤษฎี จากสมการ (6) คือ $\mathbf{I}_1'$
14. หาเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล M ที่ได้ จากการทดลองตามข้อ 12. กับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล M ตามทฤษฎี ตามข้อ 13.
   $\left|\frac{\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_1'}{\mathbf{I}_1'}\right| \times 100$ เปอร์เซ็นต์