การทดลอง
ลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิค (simple harmonic motion, SHM) ของลูกตุ้มนาฬิกาชนิดธรรมดา (simple pendulum)
2. เพื่อหาความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ณ ตำแหน่งที่ทำการทดลอง

อุปกรณ์

1. ชุดขาตั้งของลูกตุ้มนาฬิกาชนิดธรรมดา
2. ลูกตุ้มโลหะ
3. ลูกตุ้มไม้
4. เชือกเบาที่ไม่ยืดหยุ่น 2 เส้น
5. นาฬิกาจับเวลา
6. ไม้เมตร 2 อัน
7. เวอร์เนียร์คาลิปเปอร์
8. สลิตหรือแผ่นโลหะที่มีช่องเปิดเป็นทางยาวเล็ก ๆ

ทฤษฎี

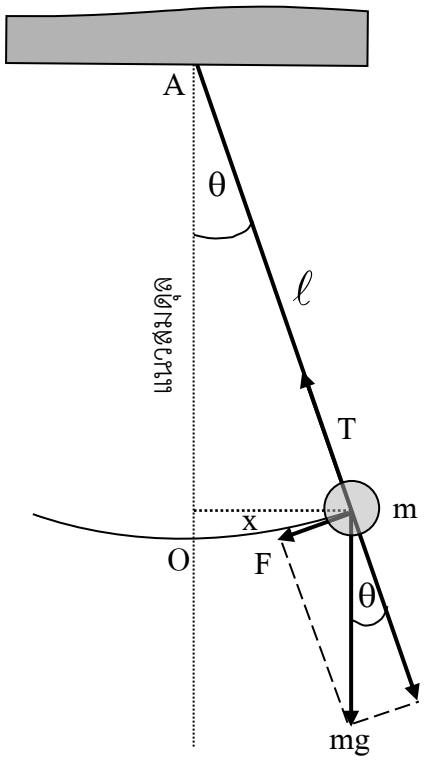
ลูกตุ้มนาฬิกาชนิดธรรมดาประกอบด้วยวัตถุทรงกลมเล็ก ๆ แขวนด้วยเชือกเบามาก เมื่อเทียบกับมวลของวัตถุทรงกลมที่แขวนนั้น ซึ่งไม่ยืดหรือไม่หด เชือกที่ใช้แขวนต้องยาวเมื่อเทียบกับรัศมีของวัตถุทรงกลม เมื่อดึงให้ลูกตุ้มออกไปจากตำแหน่งสมดุลเดิมในแนวดิ่ง แล้วปล่อย ลูกตุ้มจะแกว่งไปมาในแนวดิ่งภายใต้อิทธิพลสนามแรงโน้มถ่วงของโลก ซึ่งเป็นผลจากน้ำหนักของลูกตุ้มและแรงตึงเส้นเชือกทำให้เกิดแรงที่พยายามดึงลูกตุ้มกลับสู่ตำแหน่งสมดุล

สมมติดึงให้ลูกตุ้มซึ่งมีมวล m ออกไปทำมุม θ กับแนวดิ่ง อาศัยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อ 2 $(\sum \vec{F} = m\vec{a})$ จะได้ว่าแรงที่พยายามดึงลูกตุ้มให้กลับสู่ตำแหน่งสมดุล (จุด o ในรูปที่ 1) เรียกว่า **แรงดึงกลับ** คือ

$$F = -mg\sin\theta \qquad \text{.....(1)}$$

ถ้ามุม θ มีขนาดเล็ก แล้ว $\sin\theta \approx \theta$ เมื่อมุม θ มีหน่วยเป็นเรเดียน ซึ่งมีผลทำให้ระยะตามแนวโค้ง x มีค่าใกล้เคียงเกือบเท่ากับระยะกระจัด $\ell\sin\theta$ ดังนั้นอาจประมาณว่าระยะตามแนวโค้ง x จากตำแหน่งสมดุลมีค่า

$$x = \ell\theta \qquad \text{.....(2)}$$



รูปที่ 1

เมื่อ x เป็นระยะอาร์กหรือส่วนโค้งของวงกลม และ ℓ เป็นความยาวแขนของลูกตุ้ม (ความยาวเชือก + รัศมีของลูกตุ้ม) จากสมการ (1) ถ้ามุม θ มีค่าไม่มากนัก จะได้ $F \approx -mg\theta$ แทนค่า θ จากสมการ (2)

$$F \approx -\frac{mgx}{\ell} = -kx \qquad \text{.....(3)}$$

โดยที่ ค่าคงที่ $k = \frac{mg}{\ell}$

ดังนั้น จากสมการ (3) จะได้ว่า เมื่อมุม θ ของการแกว่งมีขนาดเล็ก การเคลื่อนที่ของลูกตุ้มนาฬิกาชนิดธรรมดา เป็นการเคลื่อนที่แบบ simple harmonic motion (SHM)

จากการเคลื่อนที่แบบ SHM คาบของการแกว่ง (period) T จะสัมพันธ์กับมวล m และค่าคงที่ k ดังสมการ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \text{.....(4)}$$

แทนค่า k ด้วย $\frac{mg}{\ell}$ ลงในสมการ (4) จะได้

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell}{mg}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad \text{.....(5)}$$

จากสมการ (5) จะเห็นว่า การเคลื่อนที่แบบ SHM คาบของการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา T ขึ้นอยู่กับความยาวของแขนลูกตุ้ม ℓ เท่านั้น ซึ่งเป็นจริงเฉพาะในกรณีมุม θ มีค่าไม่มากนัก ($\theta < 10°$) แต่ถ้าแอมพลิจูดของการแกว่งมีขนาดกว้างกว่าค่านี้ สมการที่ถูกต้องจะเป็นฟังก์ชันของ $\sin\theta$ คือ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[1+\left(\frac{1}{2^2}\right)\sin^2\frac{\theta}{2}+\left(\frac{1^2.3^2}{2^2.4^2}\right)\sin^4\frac{\theta}{2}+.....\right] \qquad \text{.....(6)}$$

และจากสมการ (5) เมื่อยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้

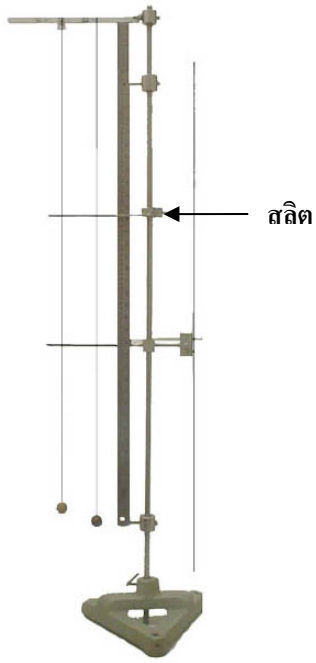
$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right)\ell$$

ถ้าเขียนกราฟระหว่าง T^2 และ ℓ ให้อยู่ในแกนตั้งและแกนนอนตามลำดับ จะได้กราฟเส้นตรงโดยมี

$$\text{ความชันของกราฟ} = \frac{\Delta(T^2)\text{ ในหน่วยของ } T^2}{\Delta\ell\text{ ในหน่วยของ }\ell} = \frac{4\pi^2}{g}$$

ดังนั้น จะหาความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก g ได้จาก

$$g = \frac{4\pi^2}{\text{ความชันของกราฟ}} \qquad \text{.....(7)}$$



รูปที่ 2 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

วิธีการทดลอง

<u>ตอนที่ 1</u> ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างคาบของการแกว่ง และความยาวของแขนลูกตุ้ม

1. วัดเส้นผ่านศูนย์กลางของลูกตุ้มโลหะด้วยเวอร์เนียร์คาลิปเปอร์ 3 ครั้ง แต่ละครั้งเอา 2 หาร เป็นค่ารัศมีของลูกตุ้มโลหะ จากนั้นหาค่าเฉลี่ยโดยนำผลรวมของรัศมีที่ได้จากการวัดทั้งสามครั้งหารด้วย 3 แล้วบันทึกค่ารัศมีเฉลี่ยที่ได้
2. จัดความยาวของเชือก (L) ประมาณ 100 เซนติเมตร โดยให้ปลายบนของเชือกยึดกับปุ่มที่อยู่ใกล้ไม้เมตรที่อยู่ในแนวตั้งมากที่สุด ใช้ความยาวของเชือกบวกกับรัศมีเฉลี่ยของลูกตุ้มเป็นค่า ℓ บันทึกค่าในรายงานผลการทดลอง
3. จับลูกตุ้มโลหะให้เบนจากแนวดิ่งเป็นมุมเล็ก ๆ ประมาณไม่เกิน 5° แล้วปล่อยให้ลูกตุ้มแกว่ง จับเวลาของการแกว่งครบ 20 รอบ บันทึกเวลาการแกว่งครบ 20 รอบ ทำการทดลองซ้ำอีก 1 ครั้ง แล้วหาค่าเฉลี่ย จากนั้นคำนวณหาคาบของการแกว่ง (T) และค่า T^2 บันทึกผลที่ได้ในรายงานผลการทดลอง
4. ทำการทดลองเช่นเดียวกับข้อ 3. โดยใช้ความยาวของเชือก 80, 60, 40, 30, 20 และ 10 เซนติเมตร การเปลี่ยนความยาวเชือกอาจกระทำได้โดยการจัดเส้นเชือกให้อยู่ภายในช่องเปิดเป็นทางยาวเล็ก ๆ ของสลิตและปรับตำแหน่งของสลิตให้ได้ความยาวของเชือกที่ต้องการ (ดูรูปที่ 2)
5. เขียนกราฟระหว่าง T^2 และ ℓ โดยให้ T^2 อยู่ในแกนตั้ง และ ℓ อยู่ในแกนนอน และหาความชันของกราฟ

6. คำนวณหาค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (g) ณ ตำแหน่งที่ทำการทดลอง โดยอาศัยผลจากการทดลองข้อ 5. และสมการ (7) ในทฤษฎี

<u>ตอนที่ 2</u> ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างคาบของการแกว่งและมวลของลูกตุ้ม

1. นำลูกตุ้มไม้ที่แขวนด้วยเชือกเบาชนิดเดียวกันกับการทดลองตอนที่ 1 มาจัดค่าความยาวเชือกบวกกับค่ารัศมีของลูกตุ้ม (ในที่นี้คือค่า ℓ) ให้มีค่าประมาณเท่ากับค่าที่ใช้ในการทดลองตอนที่ 1 ค่าใดค่าหนึ่ง
2. แกว่งโดยไม่ให้ส่ายด้วยแอมพลิจูดของการแกว่งเท่ากันกับการทดลองข้อ 3. ตอนที่ 1
3. จับเวลาของการแกว่งของลูกตุ้มไม้ครบ 20 รอบ 2 ครั้ง แล้วหาค่าเฉลี่ยคำนวณหาค่า T
4. ทำการทดลองเช่นเดียวกันกับในข้อ 1. ถึง 3. อีก 2 ครั้ง โดยเลือกจัดค่า ℓ ใหม่
5. เปรียบเทียบค่า T ของลูกตุ้มไม้กับค่า T ของลูกตุ้มโลหะที่ได้จากการทดลองตอนที่ 1 ที่ความยาว ℓ เดียวกัน