การทดลอง

สมดุลของแรง 3 แรง

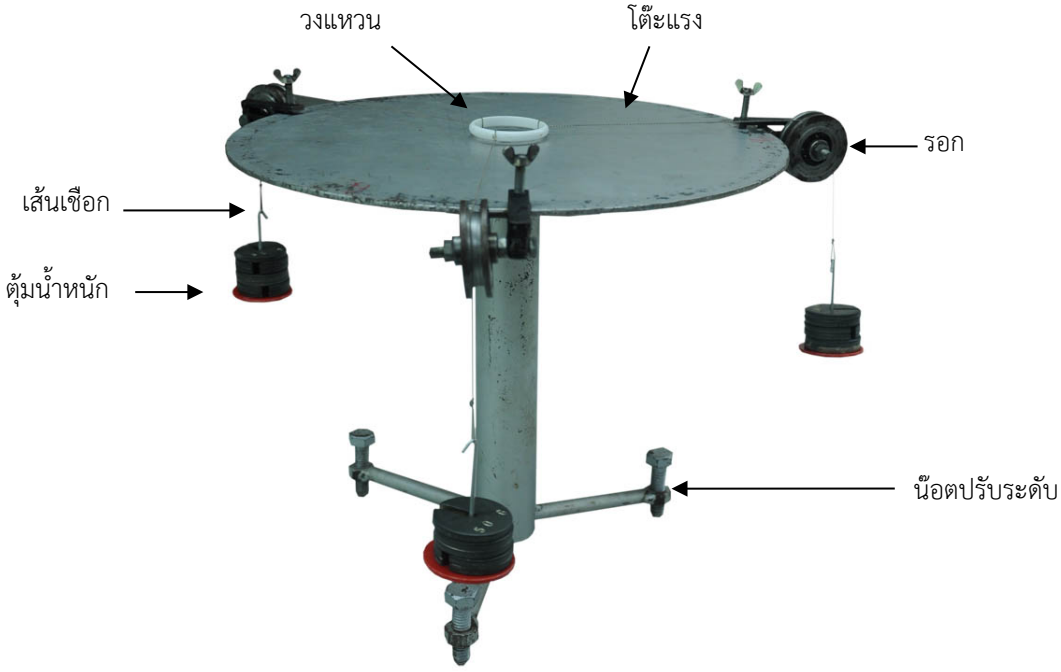
วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาสมดุลของแรง 3 แรง ด้วยวิธีการต่อไปนี้

1. ทฤษฎีสามเหลี่ยมของแรง
2. กฎของซายน์ (Law of sines)
3. กฎของโคซายน์ (Law of cosines)
4. ทฤษฎีของลามี (Lami's theorem)

อุปกรณ์

1. โต๊ะแรง 1 ตัว
2. ตุ้มน้ำหนัก 1 ชุด



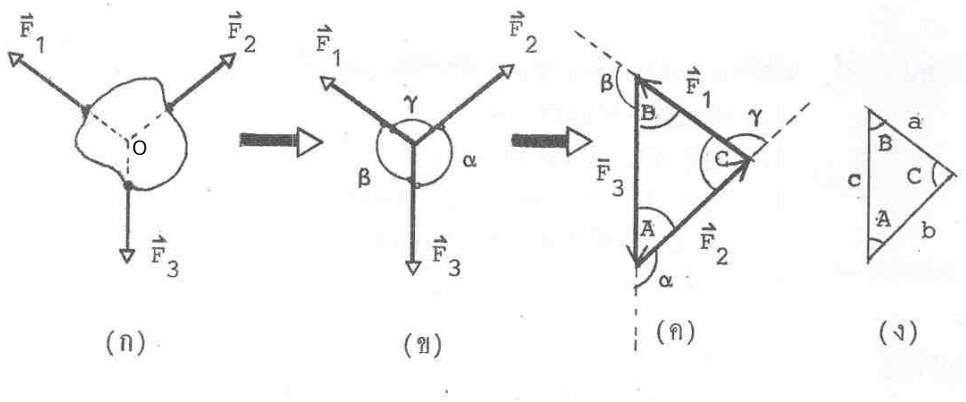
รูปที่ 1 อุปกรณ์การทดลอง

ทฤษฎี

เมื่อมีแรงสามแรงกระทำบนวัตถุหนึ่งแล้วสมดุล กล่าวคือ

$$\sum \vec{F} = 0$$

หรือ $$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \quad \text{..... (1)}$$



รูปที่ 2 สมดุลของแรง $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$

จากสมการ (1) แสดงว่า แรง $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ ต้องเข้าหลัก 3 ข้อ ต่อไปนี้

1. แรงทั้งสามแรงนี้ต้องพบกัน ณ จุดเดียว (เช่นในรูปที่ 2(ก) คือ จุด o)
2. เมื่อต่อแรงทั้งสามแรงแบบเวกเตอร์จะได้รูปสามเหลี่ยมปิด
3. แรงทั้งสามแรงนี้ต้องอยู่บนระนาบเดียวกัน

เนื่องจากเราใช้ความยาวของด้านสามเหลี่ยมแทนขนาดของแรงนั้นได้ ดังนั้นในรูปที่ 2(ค) เมื่อใช้ Law of sines และ Law of cosines จะได้ดังนี้

Law of sines :

$$\frac{F_1}{\sin A} = \frac{F_2}{\sin B} = \frac{F_3}{\sin C} \qquad \text{..... (2)}$$

$$\frac{F_1}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{F_2}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{F_3}{\sin(180^\circ - \gamma)}$$

$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{F_3}{\sin \gamma} \qquad \text{..... (3)}$$

เราเรียกสมการ (3) นี้ว่า **ทฤษฎีของลามี** ซึ่งกล่าวว่า **"เมื่อมี 3 แรง กระทำให้วัตถุสมดุล อัตราส่วนของขนาดแรงต่อซายน์ของมุมตรงข้ามมีค่าคงที่"** ดูรูปที่ 2(ข) และถ้าเราเขียนสามเหลี่ยมคล้ายจะได้รูปที่ 2(ค) และรูปที่ 2(ง) เมื่อใช้ Law of sines กับรูปที่ 2(ง) จะได้ว่า

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad \text{..... (4)}$$

เมื่อนำสมการ (4) ไปหารสมการ (2) จะได้ว่า

$$\frac{F_1}{a} = \frac{F_2}{b} = \frac{F_3}{c} \qquad \text{..... (5)}$$

เรียกสมการ (5) ว่า **ทฤษฎีสามเหลี่ยมแทนแรง** ซึ่งกล่าวว่า **"อัตราส่วนของขนาดของแรงต่อความยาวด้านของสามเหลี่ยมที่ขนานกับแนวแรงนั้นมีค่าคงที่"** ต่อไปลองพิจารณา

Law of cosines :

จากรูปที่ 2(ค) $$F_1^2 = F_2^2 + F_3^2 - 2F_2F_3\cos A$$

$$F_1^2 = F_2^2 + F_3^2 - 2F_2F_3\cos(180^o - \alpha)$$

$\therefore$ $$F_1^2 = F_2^2 + F_3^2 + 2F_2F_3\cos\alpha \quad \text{..... (6)}$$

ในทำนองเดียวกันจะได้ $$F_2^2 = F_3^2 + F_1^2 + 2F_3F_1\cos\beta \quad \text{..... (7)}$$

และ $$F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\gamma \quad \text{..... (8)}$$

สมการ (6), (7) และ (8) คือ Law of cosines สำหรับแรง $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ ที่กระทำให้วัตถุหนึ่งสมดุล

วิธีการทดลอง

1. จัดโต๊ะแรงให้อยู่ในแนวระดับ (โดยการปรับน็อต 3 ตัวที่ฐาน)
2. นำแผ่นกระดาษวางบนโต๊ะแรงและให้อยู่ใต้ห่วงวงแหวนกับเส้นเชือก
3. นำเชือกที่ผูกกับวงแหวนแต่ละเส้นไปคล้องผ่านรอก
4. กดหรือจับห่วงวงแหวนไว้ให้อยู่กับที่ แล้วแขวนตุ้มน้ำหนักซึ่งทราบมวลแล้วที่ปลายเชือก โดยกำหนดให้ m_1 = 250 กรัม, m_2 = 300 กรัม และ m_3 = 350 กรัม ตามลำดับ
5. จัดให้แนวของเส้นเชือกขนานกับร่องของรอก โดยไม่เฉียงไปทางหนึ่งทางใด
6. ปล่อยห่วงวงแหวนให้เคลื่อนที่ไปทีละน้อยจนห่วงหยุดนิ่ง
7. วาดรูปวงแหวนบนกระดาษ แล้วเขียนทิศทางของแรงตึงเชือกที่กระทำบนห่วงวงแหวน (หากแนวทิศทางของแรงตึงเชือกทั้ง 3 ไม่ตัดกันที่จุดเดียว ให้ทำการปรับแนวรอกใหม่และเขียนแนวแรงบนกระดาษใหม่ ทำลักษณะนี้จนกว่าแนวแรงทั้ง 3 แรงตัดกันที่จุดเดียว)
8. วัดมุมระหว่างแรงตึงเชือก และบันทึกเป็นค่ามุม α (มุมระหว่างแรง F_2 กับ F_3), มุม β (มุมระหว่างแรง F_1 กับ F_3) และมุม γ (มุมระหว่างแรง F_1 กับ F_2) และคำนวณขนาดของแรง $F_1=m_1g$, $F_2=m_2g$ และ $F_3=m_3g$ ลงในตาราง
9. ทำการตรวจสอบผลการทดลองที่ได้กับกฎของซายน์ (sines) และกฎของโคซายน์ (cosines)

10. ทำการทดลองซ้ำ ข้อ 4.-8. โดยเปลี่ยนมวล $m_1 = m_x$ (มวลไม่ทราบค่า), m_2 = 400 กรัม และ m_3 = 300 กรัม
11. ใช้กฎของซายน์ (sines) และกฎของโคซายน์ (cosines) หาค่ามวลที่ไม่ทราบค่า บันทึกลงในรายงานผลการทดลอง ชั่งมวลไม่ทราบค่าและเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของมวลที่หาได้จากทฤษฎีทั้งสองกับมวลที่ได้จากการชั่ง