

## การทดลอง โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

### วัตถุประสงค์

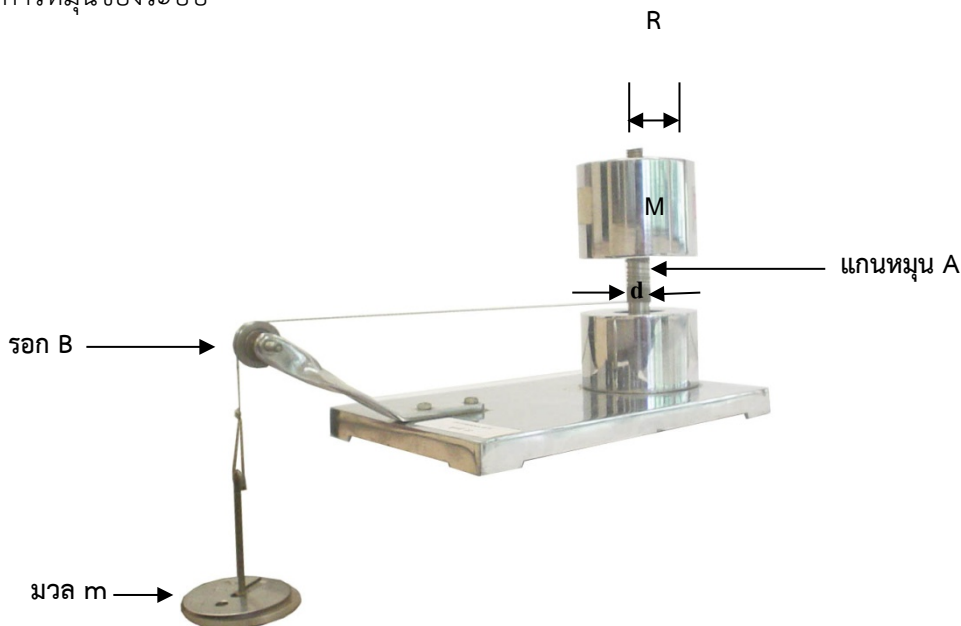
เพื่อหาโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ

### อุปกรณ์

1. ชุดการทดลองสำหรับหาโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ
2. เวอร์เนียคาลิปเปอร์
3. นาฬิกาจับเวลา
4. ตุ่มน้ำหนัก
5. จานรองมวล

### ทฤษฎี

ทรงกระบอกมวล  $M$  ติดอยู่กับแกนหมุน  $A$  มีเชือกพันรอบแกนหมุน  $A$  คล้องผ่านรอก  $B$  อีกปลายหนึ่งผูกติดกับมวล  $m$  ดังรูปที่ 1 ความตึงในเส้นเชือกทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงรอบแกนหมุน  $A$  และเกิดการหมุนของระบบ



รูปที่ 1

ถ้ามวล  $m$  เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งลงในแนวตั้งได้ระยะทาง  $h$  ในเวลา  $t$  โดยไม่คิดความฝืดในการหมุน พลังงานศักย์ที่ลดลงของมวล  $m$  ซึ่งมีค่า  $mgh$  จะเปลี่ยนไปเป็นพลังงานจลน์ในการเคลื่อนที่ลงของมวล  $m$  มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{2}mv^2$  เมื่อ  $v$  เป็นความเร็วของมวล  $m$  ที่เคลื่อนที่ได้ระยะทาง  $h$  และ

พลังงานจลน์เนื่องจากการหมุนมีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{2} I \omega^2$  เมื่อ  $\omega$  เป็นอัตราเร็วเชิงมุมของการหมุนรอบแกน A และ I เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบหมุนทั้งหมด

จากหลักการอนุรักษ์ของพลังงาน

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

โดย g เป็นความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

มวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร่งสม่ำเสมอจากความเร็วต้นเป็น 0 จนกระทั่งมีความเร็วเป็น v ดังนั้นมวล m มีความเร็วเฉลี่ย

$$v_{av} = \frac{v+0}{2} = \frac{v}{2}$$

$$h = v_{av} t = \frac{vt}{2}$$

$$v = \frac{2h}{t} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ถ้า r เป็นรัศมีของแกนหมุน A

$$v = \omega r$$

$$\omega = \frac{2h}{tr} \quad \dots\dots\dots(3)$$

แทนค่าสมการ (2) และ (3) ในสมการ (1) จะได้

$$mgh = \frac{1}{2} m \left( \frac{2h}{t} \right)^2 + \frac{1}{2} I \left( \frac{2h}{tr} \right)^2$$

$$I = 2 \left( \frac{tr}{2h} \right)^2 \left[ mgh - \frac{1}{2} m \left( \frac{2h}{t} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{t^2 r^2}{2h^2} \left[ mgh - \frac{2mh^2}{t^2} \right]$$

ดังนั้นโดยการทดลองจะได้

$$I = mr^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots(4)$$

พิจารณาเครื่องมือทดลอง ระบบที่หมุนประกอบด้วยแกนหมุน A และทรงกระบอกมวล M  
ดังนั้น เราอาจคิดว่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทั้งระบบ  $I_{\text{ระบบ}}$  ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

$$I_{\text{ระบบ}} = I_0 + I_1 \quad \dots\dots\dots(5)$$

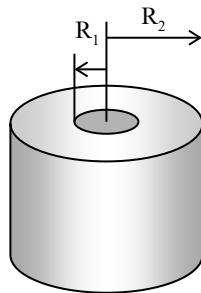
โดยที่  $I_0$  เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของแกนหมุน A

และ  $I_1$  เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล M

พิจารณาโมเมนต์ของความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล M ซึ่งเป็นทรงกระบอกกลวงดังรูปที่ 2  
ซึ่งมีรัศมีภายนอก  $R_2$  และรัศมีภายในเป็น  $R_1$  ตามทฤษฎีเราสามารถหาโมเมนต์ความเฉื่อยของ  
ทรงกระบอกกลวงได้จาก

$$I_1' = \frac{M}{2}(R_1^2 + R_2^2) \quad \dots\dots\dots(6)$$

เมื่อ  $I_1'$  เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกกลวงมวล M ตามทฤษฎี



รูปที่ 2

## วิธีการทดลอง

1. ใช้เวอร์เนียร์คาลิปเปอร์วัดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอก M ด้านนอก  $D_2$  และด้านใน  $D_1$  แล้วหารัศมีของทรงกระบอกด้านนอกและด้านใน ได้โดย  $R_2 = D_2/2$  และ  $R_1 = D_1/2$  ตามลำดับ
2. นำทรงกระบอกมวล  $M$  ไปชั่งหามวล
3. นำจานรองมวลไปชั่งหามวล
4. วัดเส้นผ่านศูนย์กลาง  $d$  ของแกนหมุน  $A$  โดยใช้เวอร์เนียร์คาลิปเปอร์ แล้วหารด้วย 2 เป็นค่ารัศมี  $r$  ของแกนหมุน  $A$
5. จัดเครื่องมือทดลอง ดังรูปที่ 1 โดยให้ปลายเชือกผูกติดกับแกนหมุน  $A$  คล้องผ่านรอก  $B$  อีกปลายหนึ่ง ผูกติดกับจานใส่ตุ้มน้ำหนัก ในการทดลองนี้ใช้ตุ้มน้ำหนักมวล 40 กรัม
6. ใช้มือหมุนแกน  $A$  ให้เชือกพันรอบแกนอย่างสม่ำเสมอ จนกระทั่งตำแหน่งของจานแขวนอยู่สูงจากพื้นห้องเป็นระยะ  $h = 75$  เซนติเมตร
7. ปล่อยให้มวล  $m$  เคลื่อนที่ลง พร้อมกับบันทึกเวลาในการเคลื่อนที่ของมวล  $m$  จากตำแหน่งที่ปล่อยถึงพื้น ทำการทดลอง 3 ครั้ง หาค่าเวลาเฉลี่ย  $t$
8. เพิ่มมวลตุ้มน้ำหนักในจานเป็น 50 และ 60 กรัม ตามลำดับ ทำการทดลองเช่นเดียวกับข้อ 5.-7.
9. คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของทั้งระบบ ( $I_{\text{ระบบ}}$ ) โดยใช้สมการ (4)  
โดยที่ มวล  $m =$  มวลจานรอง + มวลตุ้มน้ำหนัก
10. นำมวล  $M$  ออกจากแกนหมุน  $A$  แล้วทำการทดลองเช่นเดียวกับข้อ 5. - 8. แต่เปลี่ยนมวลตุ้มน้ำหนักเป็น 5, 10 และ 15 กรัม ตามลำดับ แล้วบันทึกค่าเวลาที่ใช่เป็น  $t_0$
11. ใช้สมการ (4) คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของทั้งระบบ เมื่อไม่มีทรงกระบอก  $M$  คือ  $I_0$
12. ใช้ความสัมพันธ์ตามสมการ (5)  $I_1 = I_{\text{ระบบ}} - I_0$  เป็นค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล  $M$
13. คำนวณหาโมเมนต์ของความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล  $M$  ตามทฤษฎี จากสมการ (6) คือ  $I_1'$
14. หาเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล  $M$  ที่ได้ จากการทดลองตามข้อ 12. กับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกมวล  $M$  ตามทฤษฎี ตามข้อ 13.

$$\left| \frac{I_1 - I_1'}{I_1'} \right| \times 100 \text{ เปอร์เซ็นต์}$$